

PROBLEMAS 2: CARDINALIDAD, COMBINATORIA Y GRAFOS

Fundamentos Matemáticos de la Ingeniería 2007/08
Ingeniería Técnica en Telecomunicación - Telemática

Entregar, como máximo, el día 26 de Mayo de 2008.

Problema 1 (1 punto) Sea $A = \mathbb{N}$ y B el conjunto de números impares. Construye una aplicación biyectiva $f : A \longrightarrow B$. Demuestra que, efectivamente, es biyectiva y calcula el cardinal de B .

Problema 2 (2.4 puntos) Resuelve los siguientes problemas aplicando el principio del palomar:

- a) En una reunión hay 201 personas de 5 nacionalidades diferentes. Se sabe que, en cada grupo de 6 personas, al menos dos tienen la misma edad. Demuestra que hay al menos 5 personas del mismo país, de la misma edad y del mismo sexo.
- b) Sea C un conjunto de 29 números enteros tales que ninguno de ellos es divisible por 29. Prueba que hay dos elementos cuya diferencia es divisible por 29.

Problema 3 (1.5 puntos) Sea $A = \{1, 2, \dots, n\}$ y denotemos por $F_b(A, A)$ el conjunto de aplicaciones biyectivas de A en A . Encuentra una aplicación biyectiva entre $F_b(A, A)$ y el conjunto de permutaciones de los elementos del conjunto A .

Problema 4 (2.4 puntos) Resuelve los siguientes problemas:

- a) ¿Cuántos números de tres cifras distintas pueden formarse con los dígitos impares?
- b) Hamilton compró 5 libros para leer durante las vacaciones y quiere establecer un orden de lectura. ¿De cuántas maneras puede hacerlo?
- c) Dados 10 puntos en una circunferencia, ¿cuántos triángulos, con vértices en esos puntos, se pueden construir?

Problema 5 (1.5 puntos) *Los científicos encuentran un cerebro con exactamente 6 neuronas: N_1, N_2, N_3, N_4, N_5 y N_6 . La primera está relacionada con la vista, la segunda con el olor, la tercera con el oído, la cuarta con el gusto, la quinta con el tacto y la sexta con la inteligencia. Se sabe que están conectadas directamente de forma bidireccional la neurona de la vista con el gusto, el tacto y la inteligencia. Igualmente, la neurona del olor está conectada al gusto y al tacto. La del oído también está conectada al gusto y a la inteligencia.*

- a) Representa el digrafo que une las neuronas y encuentra la matriz de adyacencias M .*
- b) ¿Cuál es el número mínimo de caminos para unir la vista y el olor?
¿De cuántas formas se puede ir?*
- c) ¿Cuál es el número mínimo de caminos para unir el oído con el tacto?
¿De cuántas formas se puede ir?*

Problema 6 (1.2 puntos) *Encuentra un grafo de 5 vértices que sea:*

- a) Euleriano y hamiltoniano.*
- b) Euleriano pero no hamiltoniano.*
- c) Hamiltoniano pero no euleriano.*
- d) Ni euleriano ni hamiltoniano.*